# CC2 de Physique – 1h -- Sujet 1

Sans documents – Calculatrice UPS autorisée

## Questions de cours :

1. Donner la définition de la puissance d'une force quelconque $\vec{F}$ appliquée à un point matériel M en mouvement par rapport à un référentiel d'observation $\mathcal{R}$.

2. a) Donner la définition de l'énergie mécanique pour un point matériel M en mouvement par rapport à un référentiel d'observation $\mathcal{R}$.
   b) Dans quel cas l'énergie mécanique se conserve ?

## Problème

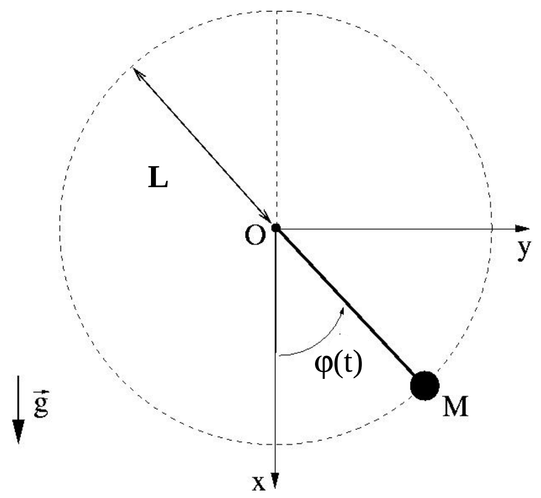
On étudie le mouvement d'une masselotte par rapport au référentiel d'observation $\mathcal{R}_o$ de repère orthonormé direct $R(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

La masselotte, assimilée à un point matériel M de masse m, se déplace dans le plan vertical $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$ où $\vec{e}_x$ désigne la verticale descendante. Soit $\vec{g}$ l'accélération de la pesanteur, de norme g = 9,81 m.s$^{-2}$.

La masselotte est accrochée à une tige, de masse négligeable, de longueur L, qui l'oblige à décrire un mouvement circulaire autour de O (voir figure ci-dessous).

On repère la position de la masselotte à l'aide de l'angle : $\varphi(t) = (\vec{e}_x, \overrightarrow{OM}) = (\vec{e}_x, \vec{e}_\rho)$.

Ce mouvement circulaire impose le choix du système des coordonnées polaires $(\rho, \varphi)$ pour l'étude de ce mouvement auquel est associée la base polaire $B_p(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi)$



***Partie I : Cinématique***

1/ Représenter sur un dessin les vecteurs ($\vec{e}_\rho$ , $\vec{e}_\varphi$) de la base polaire $B_p$ puis donner, en fonction de φ(t), l'expression de $\vec{e}_x$ dans cette base ($\vec{e}_\rho$ , $\vec{e}_\varphi$).

2/ Exprimer dans la base polaire $B_p$ en fonction des coordonnées polaires :

a/ le vecteur position $\overrightarrow{OM}$,

b/ le vecteur vitesse de M dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}_o$ : $\vec{V}$ (M/ $\mathcal{R}_o$ ),

c/ le vecteur accélération de M dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}_o$ : $\vec{a}$ (M/ $\mathcal{R}_o$ ) .

***Partie II : Dynamique sans frottement***

Dans cette partie la particule est soumise seulement à :

- La force de pesanteur terrestre : $\vec{P}$
- et à La force de tension, $\vec{F}_T = F_T\ \vec{e}_\rho$, qu'exerce la tige sur la particule qui est dans la direction radiale.

3/ En projetant la loi fondamentale de la dynamique pour le point M dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}$, sur la base polaire $B_p$ ($\vec{e}_\rho$ , $\vec{e}_\varphi$), donner les 2 équations du mouvement de M.

4/ L'équation différentielle du deuxième ordre que satisfait φ(t) est résolvable si on suppose que cet angle reste petit.

a/ En supposant que φ(t) reste suffisamment petit tel que : $\sin(\varphi(t)) \approx \varphi(t)$, montrer que l'équation différentielle vérifiée par φ(t) est : $\ddot{\varphi} + \omega^2 \varphi = 0$ où vous donnerez ω en fonction de g et L.

b/ Vérifier alors que la solution est donnée par : $\varphi(t) = \left(A_1 \sin(\omega t) + B_2 \cos(\omega t)\right)$ où vous déterminerez les constantes $A_1$ et $B_1$ sachant que la masselotte est lâchée sans vitesse initiale d'une position $M_o$ repérée par l'angle $\varphi_o$,

***Partie III : Dynamique avec frottement visqueux***

Dans cette partie la particule est soumise seulement à :

- La force de gravité : $\vec{P}$
- La force de tension, $\vec{F}_T$, qu'exerce la tige sur la particule qui est dans la direction radiale.
- La force de frottement visqueux due à l'air $\vec{F}_f = -m\ b\ \vec{V}$, où $\vec{V}$ est la vitesse de la particule et b un coefficient constant et positif.

5/ En projetant la loi fondamentale de la dynamique pour le point M dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}$, sur la base polaire $B_p$ ($\vec{e}_\rho$ , $\vec{e}_\varphi$), donner les 2 équations du mouvement de M.

6/ a/ Donner la dimension de b.

b/ En supposant que φ(t) reste suffisamment petit tel que : $\sin(\varphi(t)) \approx \varphi(t)$, montrer que l'équation différentielle vérifiée par φ(t) est : $\ddot{\varphi} + \frac{2}{\tau}\dot{\varphi} + \omega^2 \varphi = 0$ où vous donnerez τ en fonction de b.